

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МАЛОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ВОКРУГ ЦЕНТРА МАСС В СОСТАВЕ РАЗВЕРТЫВАЕМОЙ ОРБИТАЛЬНОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ

Н.В. Ульянов

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет) (СГАУ), Самара, Россия

Описывается модель движения малого космического аппарата вокруг центра масс при разворачивании орбитальной тросовой системы. Целью данной работы является исследование динамики движения малого космического аппарата с произвольным тензором инерции.

Ключевые слова: математическое моделирование, уравнения движения, космический аппарат, тензор инерции, орбитальная тросовая система.

Введение

Рассматриваемая орбитальная тросовая система (ОТС) состоит из базового космического аппарата (КА), малого КА и троса, их соединяющего. Базовый КА движется по круговой орбите и с него производится выпуск троса с малым КА по заданной программе. Анализируется динамика движения малого КА относительно центра масс. Малый КА может иметь произвольное внутреннее распределение масс, что приводит к наличию массово-инерционной асимметрии.

С помощью подобных космических тросовых систем (КТС) можно решать проблемы, для которых нецелесообразно или неэкономично использовать существующие средства космической техники. Область использования КТС включает задачи исследования атмосферы Земли, спуска грузов без использования топлива, кроме того они могут стать основой для разработки технически сложных сооружений в космосе, например электростанций.

Тросовые системы отличаются двумя основными особенностями от космических аппаратов традиционного типа. Первая — большая протяженность, обеспечивающая устойчивое вертикальное положение системы на орбите. Вторая особенность — гибко изменяемая конфигурация, возможность изменения длины тросов путем их выпуска и втягивания. Это позволяет регулировать взаимное положение и ориентацию аппаратов, присоединять и отцеплять другие объекты от тросов, передвигать по ним грузы.

Математическая модель

Математическое моделирование движения космического аппарата при разворачивании тросовой системы рассматривается с двух точек зрения. С одной стороны это динамическая система, описывающая движение центр масс аппарата, с другой — движение, при котором аппарат вращается вокруг центра масс.

Для описания движения центра масс малого космического аппарата используется динамическая система вида [1]

$$\ddot{L} = \frac{L(m + \frac{\rho L}{2})[(\dot{\theta} + \Omega)^2 - \Omega^2(1 - 3\cos^2\theta)] - (T + \rho\dot{L}^2)}{(m + \rho L)} \quad (1)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{-2L\dot{L}(\dot{\theta} + \Omega)(m + \frac{\rho}{2}L) - \frac{3}{2}(m + \frac{\rho}{3}L)L^2\Omega^2\sin 2\theta}{(m + \frac{\rho}{3}L)L^2}, \quad (2)$$

где θ и ω – угол отклонения и угловая скорость угла отклонения троса от местной вертикали, L – длина выпуска троса, Ω – угловая скорость движения базового космического аппарата по круговой орбите, m – масса малого КА, T – сила натяжения троса, ρ – линейная плотность материала троса.

Сила натяжения троса изменяется по закону [1]

$$T = (m + \frac{\rho L}{2})\Omega^2[a(L - L_K) + b\frac{V_L}{\Omega} + 3L_K], \quad (3)$$

где L_K – конечная длина троса, V – скорость выпуска троса, a и b – параметры закона.

В самом простом плоском случае уравнение углового движения малого спутника имеет вид

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} + l\sin\theta = 0, \quad (4)$$

где θ – угол отклонения оси симметрии спутника от направления троса, l – расстояние точки крепления троса от центра масс спутника.

Для описания пространственного движения космического аппарата вокруг собственного центра масс используются следующие уравнения

$$\frac{\partial K_x}{\partial t} + \omega_y K_z - \omega_z K_y = M_x, \quad (5)$$

$$\frac{\partial K_y}{\partial t} + \omega_z K_x - \omega_x K_z = M_y, \quad (6)$$

$$\frac{\partial K_z}{\partial t} + \omega_x K_y - \omega_y K_x = M_z, \quad (7)$$

$$\dot{\theta} = \omega_x \cos\varphi - \omega_y \sin\varphi, \quad (8)$$

$$\dot{\varphi} = \omega_z \operatorname{ctg}\theta(\omega_x \sin\varphi + \omega_y \cos\varphi), \quad (9)$$

$$\dot{\psi} = \frac{1}{\sin\theta}(\omega_x \sin\varphi + \omega_y \cos\varphi), \quad (10)$$

где θ, φ, ψ – углы нутации собственного вращения и прецессии, K_x, K_y, K_z – проекции кинетического момента малого КА на оси связанной с ним системы координат, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – угловые скорости космического аппарата.

Проекции кинетического момента определяются из выражений

$$K_x = J_x \omega_x - J_{xy} \omega_y - J_{xz} \omega_z, \quad (11)$$

$$K_y = -J_{xy} \omega_x + J_y \omega_y - J_{yz} \omega_z, \quad (12)$$

$$K_z = -J_{xz} \omega_x - J_{yz} \omega_y + J_z \omega_z, \quad (13)$$

где J_x, J_y, J_z – моменты инерции. Асимметрия характеризуется разностью $J_y - J_x$, а также центробежными моментами инерции J_{xy}, J_{yz}, J_{xz} . Совокупность шести моментов инерции составляет тензор инерции малого КА и полностью характеризует распределение масс внутри аппарата.

Моменты, зависящие от силы натяжения троса, определяются по формулам

$$M_x = -Tl \cos \varphi \sin \theta, \quad (14)$$

$$M_y = Tl \sin \varphi \sin \theta, \quad (15)$$

$$M_z = 0, \quad (16)$$

где T – сила натяжения троса, l – плечо силы натяжения троса.

Для описания движения малого космического аппарата с произвольным внутренним распределением масс необходимо привести уравнения (11–13) к наиболее простому виду. Для этого нужно преобразовать тензор инерции малого КА к диагональному виду. Таким образом, осуществляется переход от произвольной связанной системы координат к главным координатам. Приведение тензора инерции к диагональному виду осуществляется при помощи метода вращений Якоби.

Результаты моделирования

Ниже приведены графики, характеризующие изменение угла нутации (рис. 1а) и модуля угловой скорости вращения малого КА относительно центра масс (рис. 1б) в зависимости от времени.

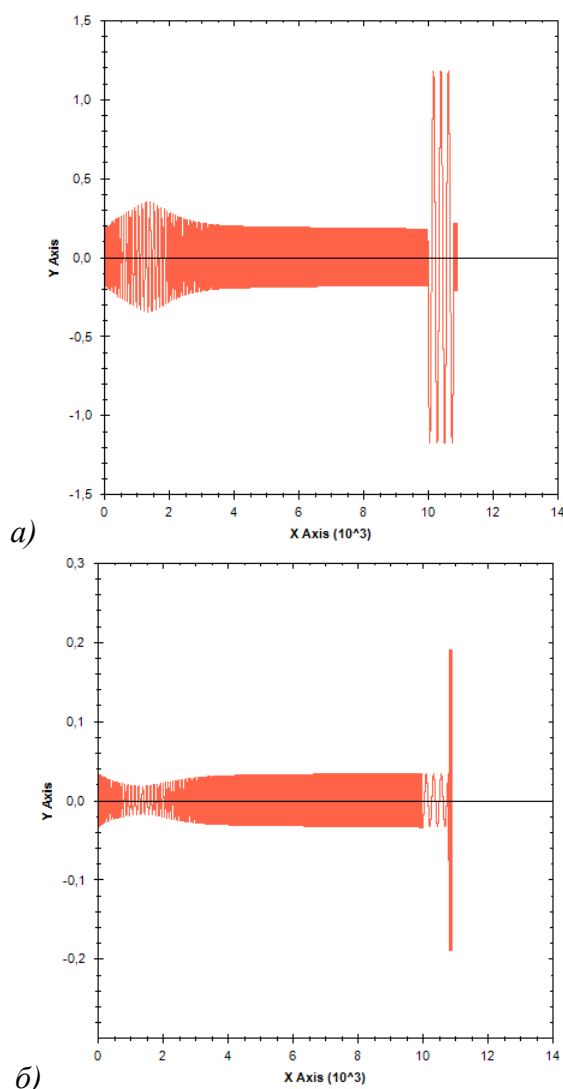


Рис. 1. Изменение угла нутации и модуля угловой скорости вращения малого КА

Малый КА представляет собой тело, близкое к телу вращения с эллипсоидом инерции вида $J_x < J_y, J_z$. Масса малого КА 20 кг, высота орбиты базового КА 500 км. Развертывание космической тросовой системы производится по закону (3). Массово-инерционная асимметрия вносит дополнительные возмущения в движение малого КА относительно центра масс.

Программа моделирования движения малого КА, составленная по результатам данной работы, позволяет оценить максимальную допустимую величину асимметрии КА и сформулировать требования на допустимые угловые скорости, которые возникают при отделении малого КА от базового КА.

Литература

1. Заболотнов Ю.М. Управление развертыванием орбитальной тросовой системы в вертикальное положение с малым грузом // Прикладная математика и механика, РАН, 2015, т.79, №1, С.37-47.